The Theory of Paper Sculpture

折り紙についての考察（2）

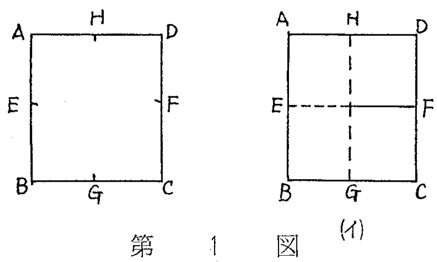
村田　三良

ここで取り扱う問題は，日本古来の折り紙ではない．日本の折り紙のように物の形に似せたものを作るというより，繰り返された折り目による美しさ，模様のようなものを作ることを目的とし，そしてその模様をあらかじめ設計して作っていく態度をとっている．前述の「折り紙についての考察」において，最も基礎的な事項，約束等を要約して述べておく．

1．折り目の表現法

折り紙のでき上りをひろげて折る前の平面に直してみたとき，その折り目には，上に凸のものと下に凸のものがある．その二種の折り目について，前者を（＋）として実線で表わし，後者を（－）として点線で表わすことにする．

即ち第1図(イ)においてHGを折り目としてCDをABに重ね次にEO（FO）を折り目として，BG（CG）をAH（DH）に重ねたものをひらくと，第1図（ロ）のようになる．



第　1　図

第1図のように折り紙を元の平面の紙にひろげたとき，その折り目については，（ロ）における点Oのまわりに集まる正負の折り目の集まりと見ることができる．このような見方で折り目を見ていくと，折りたたまれる折り紙と折りたためない折紙の折り目の間には相違のあることが分る．その中特に一点に集まる折り目4本の場合を考えて来たわけである．

2．4つの折り目が一点に集まるとき折りたたまれる条件

(イ) 折り目の符号（第2図）

(i)　（＋）が3本　（－）が1本

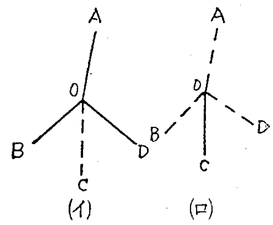
(ii)　（－）が3本　（＋）が1本

(i)　(ii) のいずれかである．

(ロ)　∠AOB，∠AOD，∠BOC，∠DOC，はいずれも180°より小でなければならない．

(ハ)　∠BOD≦180°

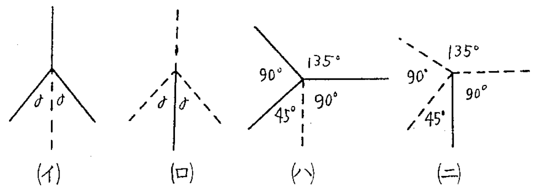
（∠BODとはただ1つの異符号の折り目を含んだ角）



第　2　図

(ニ)　∠AOB＋∠COD＝∠BOC＋∠AOD＝180°

例えば第三図に示すような折り目の場合折りたたまれるわけである．



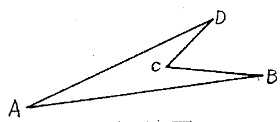
第　3　図

第一章　一点に集まる正負の折り目の数と位置について

一点に集まる正負の折り目の数によって場合を分けて正負の折り目の位置の種類を考え，あわせて折りたためる可能性のある場合について述べる．

一点に集まる折り目の数を増していったとき，折りたためる場合があるかどうかについて考えてみると，第二図においてその折り目にしたがって折ると，点Oのまわりに錐状のものができ，折り目はその各辺を形成することになる．これら4つの辺のいずれにも交わる平面で切ったときの切り口は（a）図のようになる．

Oに集まる折り目の料が3本のときは，このように折ることができないのは勿論ではあるが，折り目が4つのときは角Cのように凹四角形を形成するための頂点がなければ錐体はできない．



（a）図

（a）図のようであって折り目の間の角を適当にすれば折りたたむことができる．

いま（a）図は折りたためるものとして，折り目の数を増していくとき，これ以上凸の頂点を加えても折りた

たむことはできない．それ故凹の頂点を増さねばならない．（a）図に凹の頂点を１つ加えると，折りたたまれるためには，そのつど凸の頂点を１つ増さねばならない．即ち折りたためる可能性のある折り目の数は，４，６，８，10……，２N＋２，……でそれに対する凹の折り目の数は１，２，３，４，……N，……である．

> 一点のまわりで，折りたためる可能性のある折り目の数については，正負の折り目の多くない方の折り目の数が１，２，３，４，……N，…であれば全体の折り目の数は４，６，８，10，……，２N＋２，……である場合に限る．

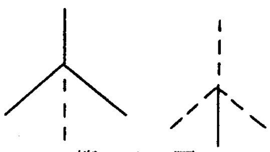
次に一点に集まる折目の数により，正負の折り目の位置について示す．

⑴　折り目の数３のとき

この場合は折ることができない

⑵　折り目の数４のとき

正負の折り目の数は３と１でなければならない．その位置は第４図のようである．このとき折りたためる場合がある．

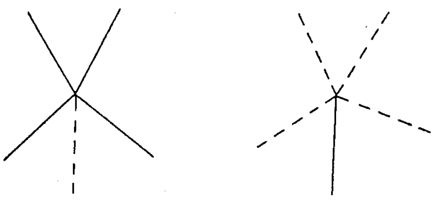


第　4　図

⑶　折目の数５のとき

この場合折りたたむことはできない．

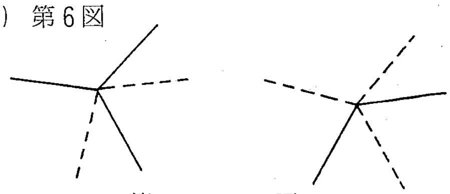
(i)　正負の折り目が４と１のとき．



第　5　図

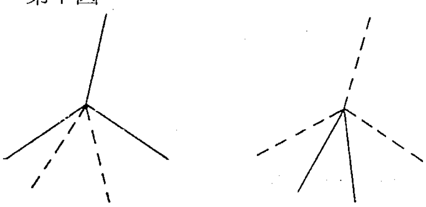
(ii)　正負の折り目が３と２のとき

(イ)　第６図



第　6　図

(ロ)　第７図

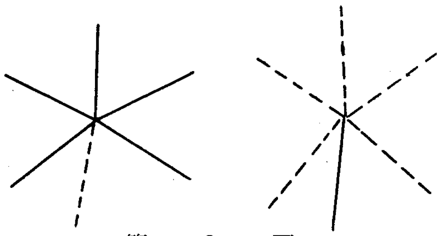


第　7　図

⑷　折り目の数６のとき

この場合折りたためる場合とそうでない場合がある．折りたためる可能性のある場合は正負の折り目が４と２に分かれるときである．

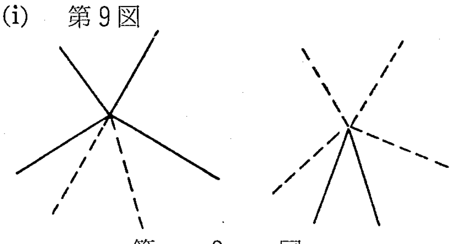
(イ)　正負の折り目が５と１のとき



第　8　図

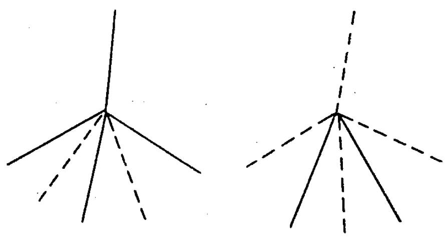
(ロ)　正負の折り目が４と２のとき

(i)　第９図



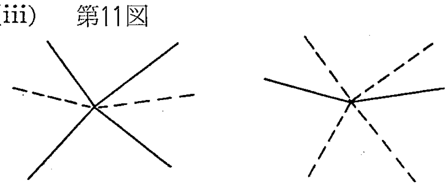
第　9　図

(ii)　第10図



第　10　図

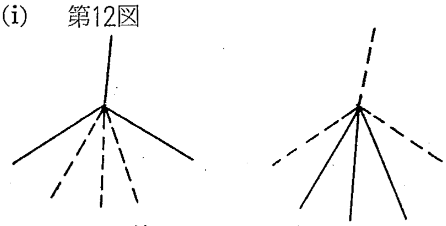
(iii)　第11図



第　11　図

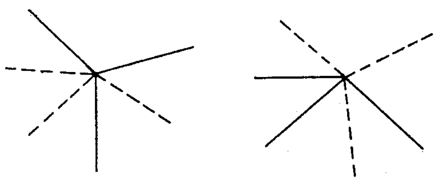
(ハ)　正負の折り目の数が３と３のとき

(i)　第12図



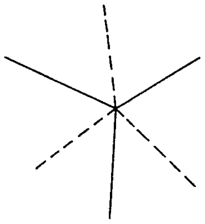
第　12　図

(ii)　第13図



第　13　図

(iii)　第14図



第 14 図

一点に集まる折り目の数が7以上になると連続した折り目による構成ができにくくなるので省略する．

第二章　折り目の性質

一点に集まる折り目の数が変ると，そのでき上りの形も違ってくるが，同じ折り目の数でも，折り目の間の角の変化で，あるいは折りたたまれ，あるいは折りたためなかったり，また折りたたまれるものについてもでき上りの形が変化してくる．

ここで折り紙をする態度として，「折ってみて偶然のでき上りを見るのではなく，その折り目によって，でき上りの形を予め考えて設計しなければならない」を思うべきであるので，折り目の数，折り目の間の角度により，その点のまわりにできる1つの折り上りのものをユニットとし，それを連続させていきたいのである．そこでそのユニットについて考えてみることにする．

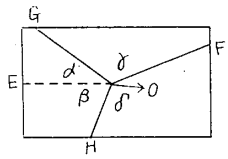
§1．折り目の数4のとき

(1) 折りたたまれる条件

第15図において，

この折り目で折りたたまれる条件は

$\alpha+\alpha=\beta+\gamma=180°$



第 15 図

このうち特に $\alpha=\beta\leqq 90°$（よって $\gamma=\delta$）のとき三点E，O，Fは一直線上にある．

(2) 折りたたんだ後の角度

第15図において

(1) GO，OFのなす角　γ

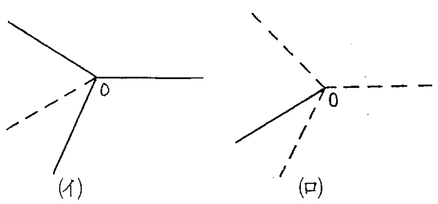
(2) HO，OFのなす角　δ

(3) EO，OFのなす角　$\gamma-\alpha=(\delta-\beta)$

(4) OH，OGのなす角　$\beta-\alpha$

$\alpha=\beta$ ならOH，OGは重なる．

(3) 点0における面の凹凸



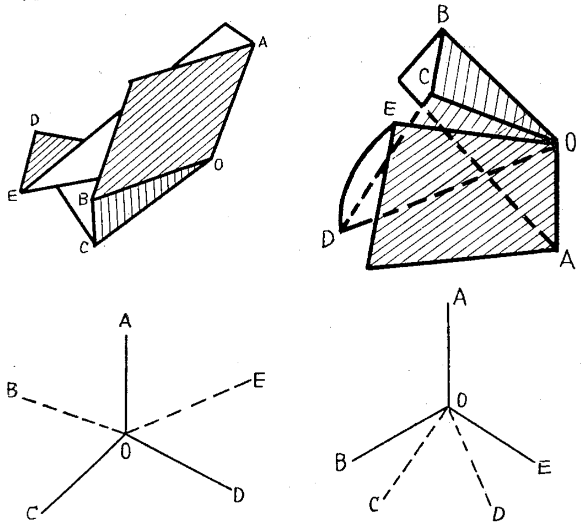
第　16　図

第16図のような折り目の場合，O点における面の凹凸は，

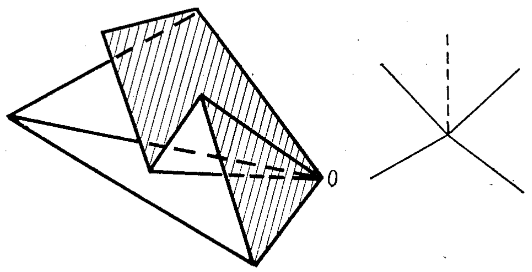
(イ)ではO点で上に凸，(ロ)ではO点で下に凸となっている．

§2．折り目の数5のとき

この場合の正負の折り目の位置として，三種類あった．

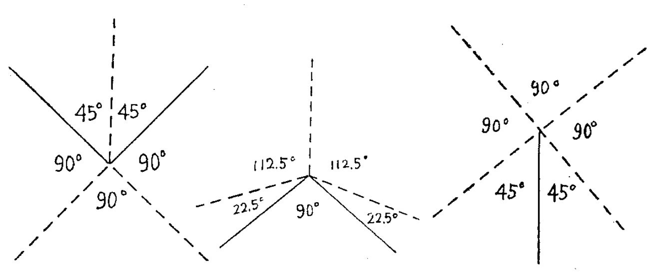


第 1 型　　第 2 型



第 3 型

折り目が5つの場合は，折りたたむことはできない．しかし古来の折り紙においては「箱の隅」で，この折り目が用いられる．次に箱の隅を第1型，第2型，第3型によって作ってみる．



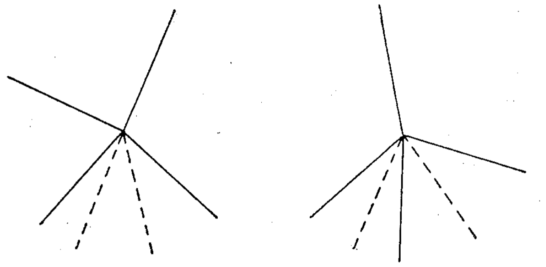
第1型　　第2型　　第3型

第1型によると，外側に余分の紙が出て，第3型によると，内側に紙が出る．

§3．折り目の数6のとき

前述のように折り目の数6のときは折りたためる場

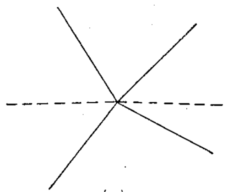
合とそうでない場合がある．折りたためる可能性のある場合は次の三種である．



(イ)　　　　(ロ)

第　17　図

(1)　折りたたまれる条件



(ハ)

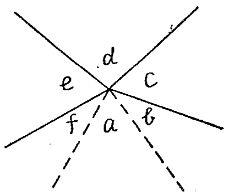
6つの折り目によってできる6つの隣り合う角を順にa，b，c，d，e，fとする．いま6つの折り目をもつ折り紙が折りたたまれたとすると，一つの折り目についてはその両側の角は一部または全部が重なり合うのは当然であり，そして折りたたまれているのであるから，その6つの角の間には次の関係がある．

$a-b+c-d+e-f=0$

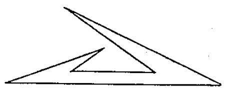
$\therefore\quad a+c+e=d+b+f=180°$

即ち1つおきに加えた角の和は180°である．

(i)　第17図(イ)についてこれを折りたたんだものを，折り目のいずれにも交わる平面で切った切り口は第18図のようになる．これから折りたためるための角の間の関係は次のようである．



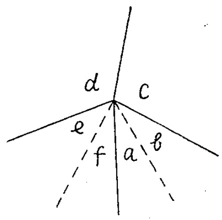
第 17 図 (イ)



第 18 図

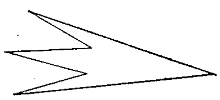
$c \geqq b,\ e \geqq f,\ a \geqq$ (bまたはf)

(ii)　第17図(ロ)について，これを折りたたんだものを，折り目のいずれにも交わる平面で切った切り口は第19図のようになる．これから折りたためる角の間の関係は



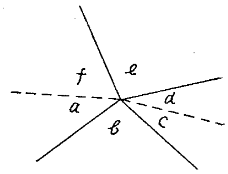
第 17 図 (ロ)

$c \geqq b,\ d \geqq e$

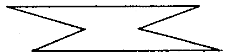


第 19 図

(iii)　第17図(ハ)においてこれを折りたたんだものを，折り目のいずれにも交わる平面で切った切り口は第20図のようになる．これから折りたたまれるための角の間の関係は



第 17 図 (ハ)



第 20 図

$b \geqq c,\ e \geqq f$　または　$b \geqq a,\ e \geqq d$

第三章　折り紙設計の基本

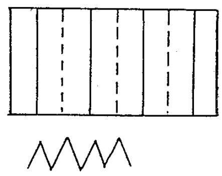
§ 1．たがいに交わらない直線の折り目

1　平行軸の折り目

これは最も簡単なものであるが，いろいろ工夫すれば，種々の面白いものができる．

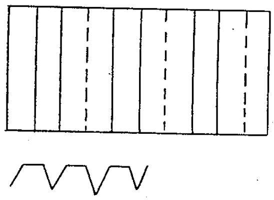
(イ)　等間隔の折り目

(1)　第21図においてその折り目の符号と折り上げたときの断面を示す．



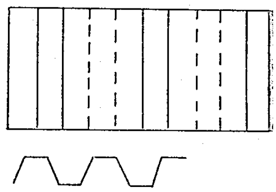
第 21 図

(2)　第22図



第 22 図

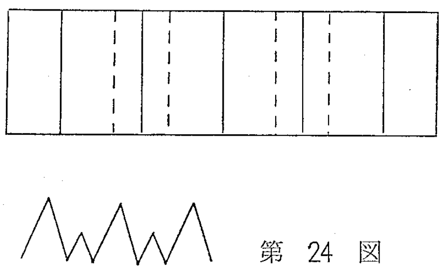
(3)　第23図



第 23 図

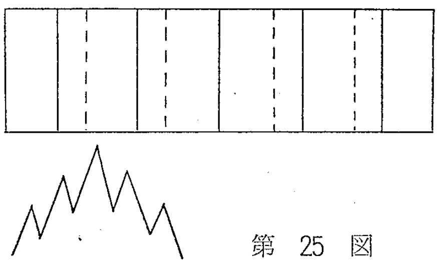
(ロ)　間隔を変える．

(1)　第24図



第 24 図

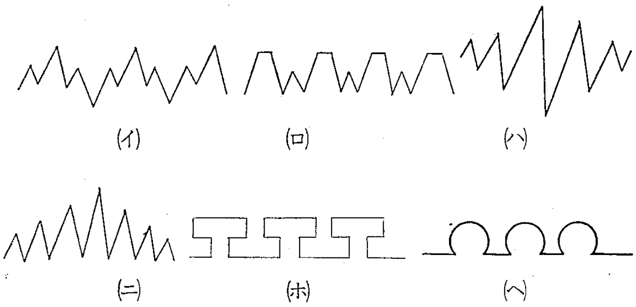
(2)　第25図



第 25 図

(3) その他（断面のみ示す）

第26図 (イ)〜(ヘ)



第 27 図

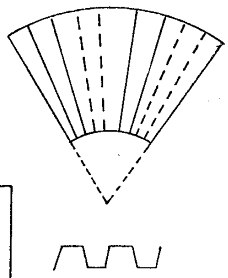
2 平行でない軸による折り目

(イ) 放射状直線による折り目

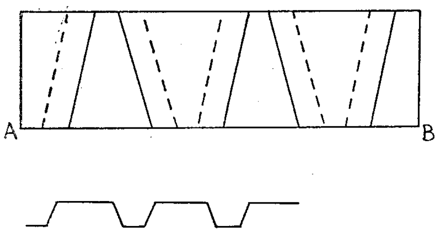
平行直線による折り目の場合の各々について放射状直線におきかえると，それぞれ同様なものができる．折り目のつくり方は全く同様であるので一例をあげるにとどめる．

（第28図）

(ロ) その他の直線による折り目



第 28 図



(イ) AB断面 第29図

この系統のものと多種つくることができ，以上のものを組み合わせていけばまた多くのものを得る．

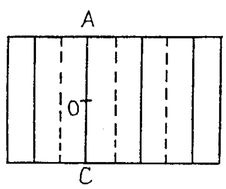
§2．交わる直線による折り目

折り目が交わったとき，それを折ったとき，その折り目は必らず方向変換をする．一点に集まる折り目の数が4本のとき，その方向変換について述べる．勿論折りたたまれるような折り目についてである．いま一点に集まる4つの折り目のうち，ただ1つの異符号の折り目と，それと隣らない折り目の二つの折り目をたて軸，それ以外の二つの折り目を横軸ということにする．

1．紙面に平行に方向変換する場合

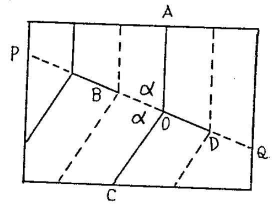
(イ) 平行な折り目について

第30図の平行軸が紙面に平行な方向に方向変換するには，方向変換する点Oについて，その軸AO，COが横軸にならねばならない．



第 30 図

平行軸とある角をなすたて軸PQを加えると，紙面上では第31図のようになる．そのときたて軸と二つの横軸とのそれぞれのなす角が等しければ，これを折りたたむことができる．その際，たて軸の横軸にはさまれる部分の符号は正負が交互になり，横軸の符号は変らない．



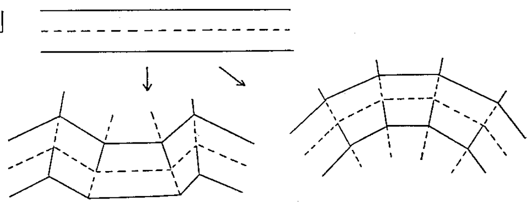
第 31 図

また，折りたたんだときのOB，ODのなす角は $\pi-2\alpha$ である．それ故 α をかえるようにPQを動かすとOB，ODのなす角を変えることになり，その角を自由にできる．

なお，折りたたんでしまわないと，美しい形ができる．第30図における平行軸の距離をかえるとたて軸のジグザグの歩みが変るので両者を併用して種々工夫ができる．

第32図はたて軸4本を加えて平行軸の方向変換をしたもの．

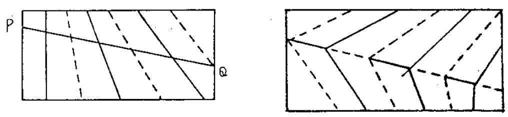
例



第 32 図

(ロ) 平行でない折り目について

この場合も平行軸の方向変換と同様であるので，図を示すにとどめる．



第 33 図

2．軸を含み，紙面に垂直な平面内における軸の方向変換

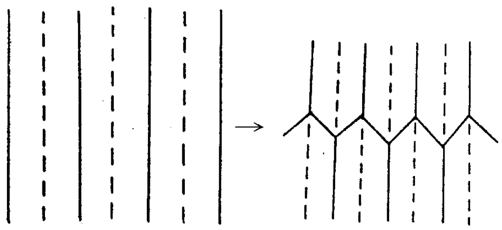
(イ) 平行な折り目について

この場合はたて軸の方行変換となる．それが平行軸である場合は，たて軸とそれに加える横軸とのなす角 (α) は常に一定でなければならぬ．そして折りたたんでしまったときたて軸のなす角は $\pi-2\alpha$ である．このときたて軸とよこ軸とのなす角は α であるので，折りたたんだときの横軸は一直線上にある．平行軸間の距離をかえると横軸のジグザグの形を自由にかえる

ことができる．

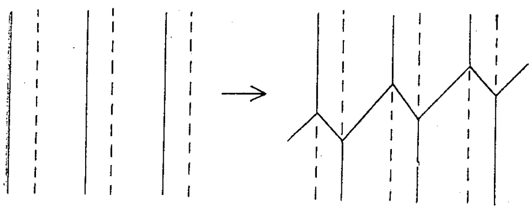
次に例をあげる．

例(イ)

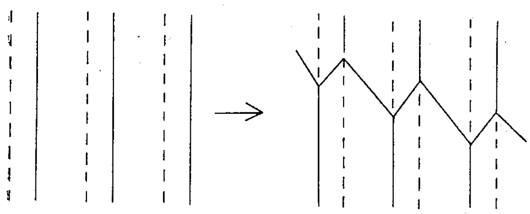


第 34 図(イ)

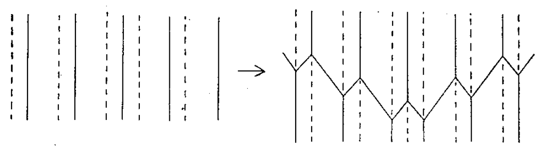
例(ロ) 第34図(ロ)



例(ハ) 第34図(ハ)



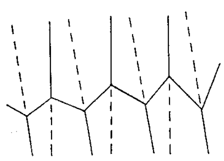
例(ニ) 第34図(ニ)



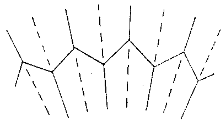
(ロ) 平行でない折り目について

たて軸と横軸とのなす角は一般に等しくない．

次に例を示す（35図(イ)(ロ)）



第35図(イ)

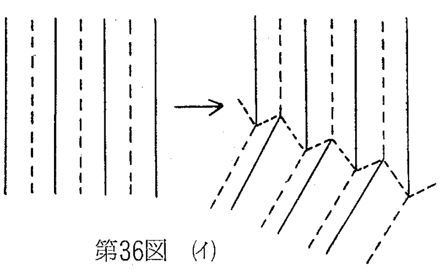


第35図(ロ)

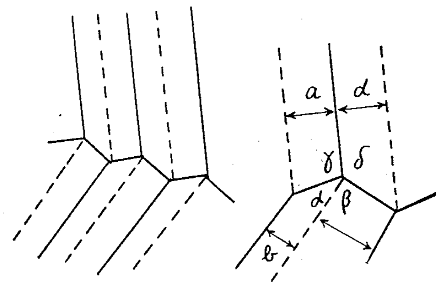
3．たて軸の一般方向への変換

折り目の間の角のうち，隣り合わない角が補角をなすように折り目をつくっていけばよい．

次に例を示す（第36図）



第36図 (イ)



(ロ) (ハ)

第36図(イ)(ロ)のように，平行な折り目を方向変換すれば，第36図(ハ)において

$$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180°$$

であるから，横軸は一つおきに平行になる．

また，(イ)図では変換前は平行軸間の距離は等しく，(ロ)図では距離は等しくない．

平行軸を変換後の隣りあった平行軸の間の距離について，第36図(ハ)において，

$$a : b = \sin\gamma : \sin\alpha$$

$$c : d = \sin\beta : \sin\delta = \sin\gamma : \sin\alpha$$

$$\therefore \quad a : b = c : d$$

第36図(イ)おいては，折った後にできる平行線間の距離には次の関係がある．

$$a = d$$

$$a > b, \quad c > a$$

これを折っていくと，横軸より上方にあるたて軸は重なるが，下方にあるたて軸は階段状になる．

一方第36図(ロ)においては，二つの隣り合ったたて軸の間にある横軸の長さを一定にしてある．この場合，たて軸間の距離は，大小が交互になり，一つおきのものは等しくなる．それ故，折りたたんだとき，階段状のものができる．

また折りたたんだときの横軸については，勿論重なることはなく，ジグザグの折り目が見られる．そのときジグザグの折り目の折り目間の角は$\beta\sim\alpha$である．$\beta\sim\alpha$を小さくすれば，でき上る階段の傾きは大きい．この設計については，「考察Ｉ」において述べた．

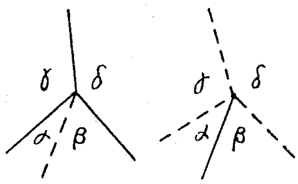
横軸をいれる場所，個数を考慮すれば，α，β，γ，δの角の変化と共に，種々の形のものを設計することができる．（角錐台，舞台における階段状のもの等）

§3．連続した折り目の構成

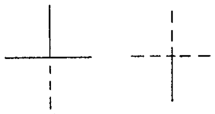
一点に集まる折り目が４本の場合のその点における形は，第37図(イ)(ロ)の二種類である．

また折りたためる場合を扱うので$\alpha+\delta=\beta+\gamma$のときのみ考える．

これらによる連続した構成を考えるに当り，便宜上第37図(イ)，(ロ)を第38図(イ),(ロ)に対応させて，この形を切りぬいて，多くの同じものを作っておいて，実線同志，点線同志が重なるように並べていけば，各種の場合を実際に紙を折ることなしに，考えることができる．

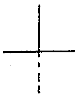


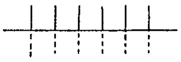
(イ)　(ロ)
第 37 図


(イ)　(ロ)
第 38 図

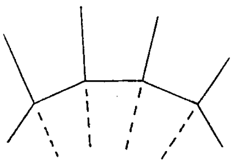
このようにして，考え得る場合を列挙していけば．その組合せは無限に多い．しかし模様を考えて，美的感覚にうったえるものとしては，ある程度の繰り返しが必要である．それ故，基礎として考えるものとしては，あまり多くはないようである．

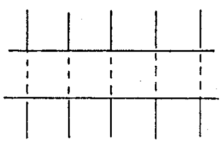
次に示すものは，横に一列だけつらねたものであるが，これを必要に応じて，たてにつらねていけばよい．

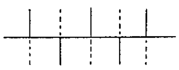
(1)  **この折り目だけによる構成**

(イ)  の構成

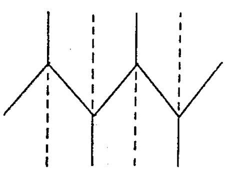
これを折ってみると，第39図のようになる．これはたて軸が放射状になるので第40図のような構成は無理である．

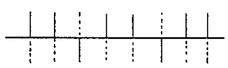

第 39 図


第 40 図

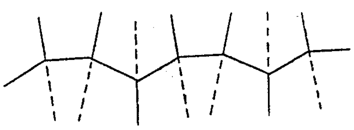
(ロ)  の構成

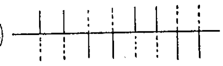
これを折ってみると，第41図のようになる．これによる構成は利用価値が多い．


第 41 図

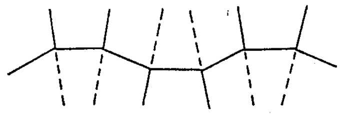
(ハ)  の構成

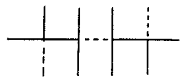
これを折ってみると，第42図のようになる．


第 42 図

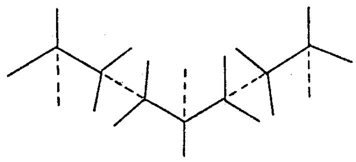
(ニ)  の構成

これを折ってみると，第43図のようになる．


第 43 図

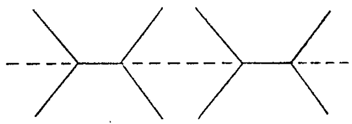
(ホ)  の構成

これを折ってみると，第44図のようになるが，これは無理のように思われる．


第 44 図

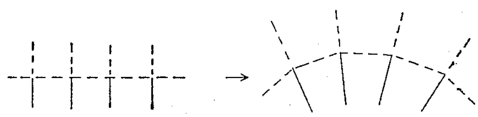
(ヘ)  の構成

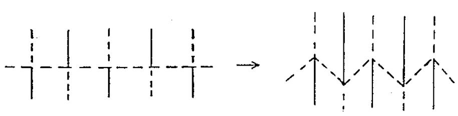
これを折ってみると，第45図のようになる．これは利用価値の多い構成である．

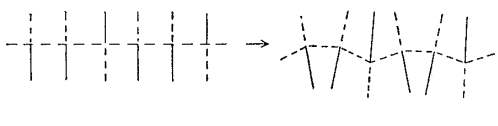

第 45 図

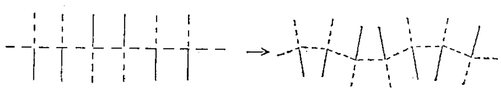
(2)  **この折り目だけによる構成**

これについては，(1)の場合を裏から見たものにすぎないものではあるが，両者を組合せた構成もあるので図をかいておく．

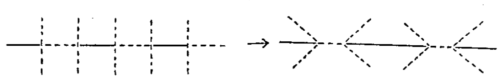
(イ) 

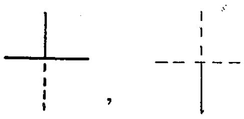
(ロ) 

(ハ) 

(ニ) 

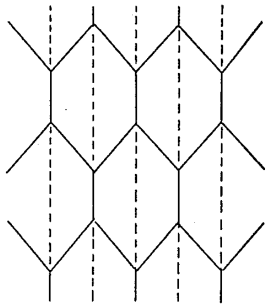
(ホ) 略

(ヘ) 

(3)  この2つの折り目のそれぞれのみ，または両者を混合した折り目による構成

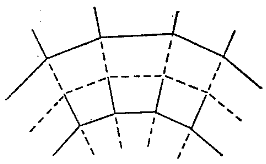
(イ) 1，(ロ)のみによる構成

これは横にすれば1(ヘ)のみによる構成と等しく，また裏からみれば2(ロ)，2(ヘ)のみによる構成とも考えられる


第 46 図

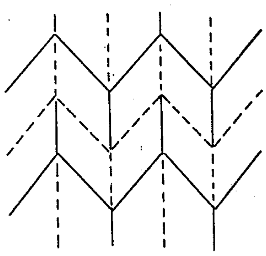
(ロ) 1(イ)，2(イ)による構成

第47図のように放射状に折り目ができ，折りたたむことができる

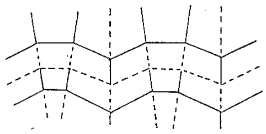

第 47 図

(ハ) 1(ロ)，2(ロ)による構成

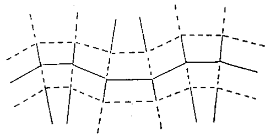
第48図のようになる


第 48 図

(ニ) 1(ハ)2(ハ)による構成


第 49 図

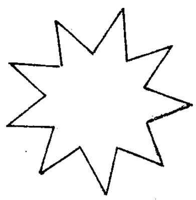
(ホ) 1(ニ)，2(ニ)による構成


第 50 図

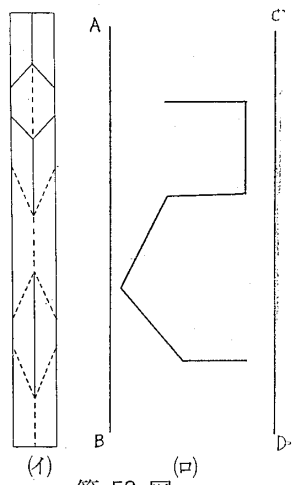
§4．一つの直線を軸にして回転して展開

第21図以降の折り目で折りたたんだものにおいて，ある直線を想定して，それを軸にして折りたたんだものを回転しつつ展開すると，種々の形を得ることができる．一つの折り紙に対しても，回転軸の位置を変えることにより，全く異った姿になる

例1，第21図を折り目に平行な1つの直線を軸にして回転すると，第51図のような断面をもつ柱状のものになる．


第 51 図

例2　第52図(イ)の折り目を横に続けるものを折ると折ったものは(ロ)図のように重なる．これを直線ＡＢまたはＣＤを軸にして回転して展開する．この場合予め(ロ)の形は設計できるので，種々のものができる．

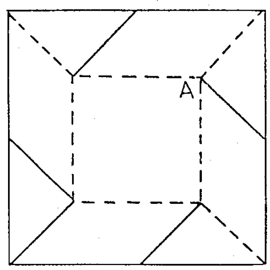


第 52 図

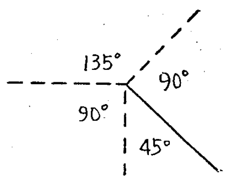
第四章　従来の折り紙の中に現われている折り目

今まで述べて来た折り目によって，連続した構成を考えてきたが，これらの折り目が，従来の日本の折り紙の中にも存在している．それが現われている状況を次に示す．

例1　風車

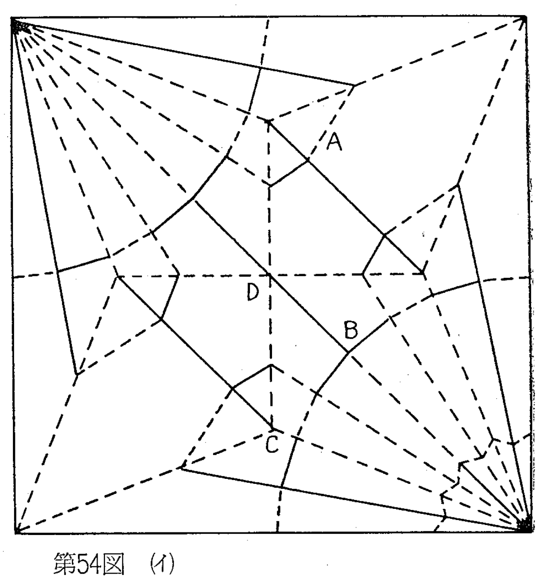


第53図　(イ)



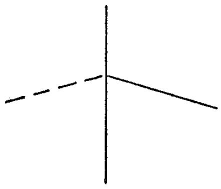
点Aにおいて
(ロ)

例2　鶴

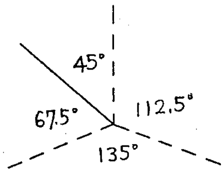


第54図　(イ)

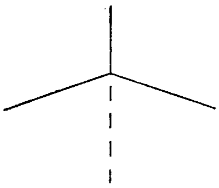
(ロ) A点



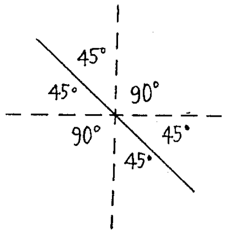
(ニ) C点



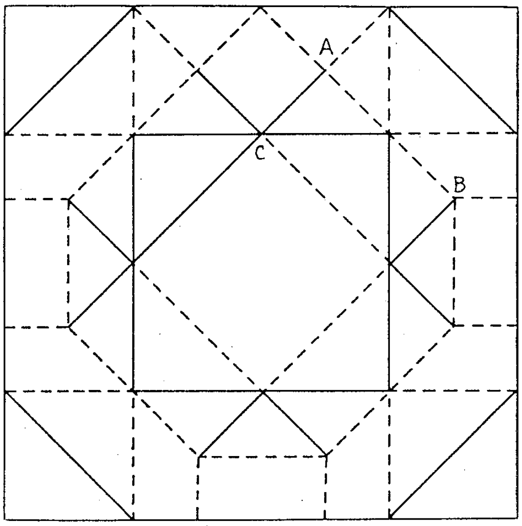
(ハ) B点



(ホ) D点

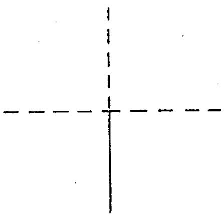


例3　奴さん

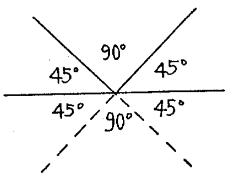


第55図　(イ)

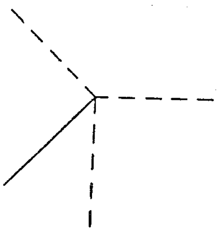
(ロ) A点



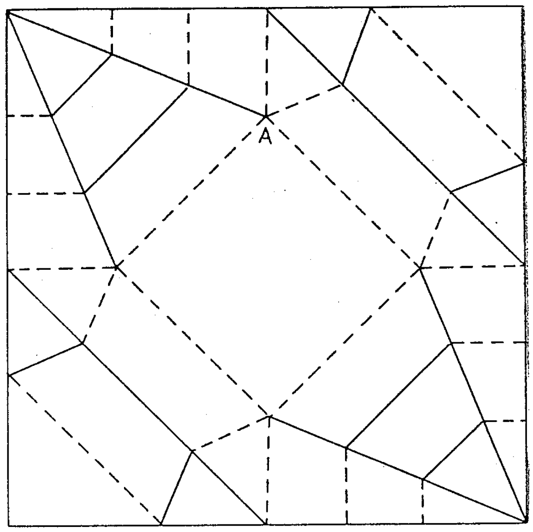
(ニ) C点



(ハ) B点

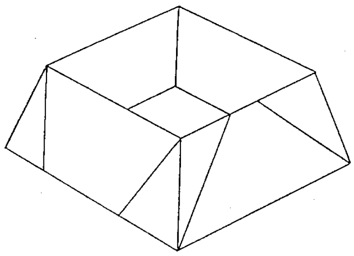


例4　箱

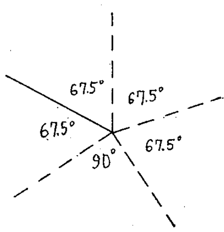


第56図　(イ)

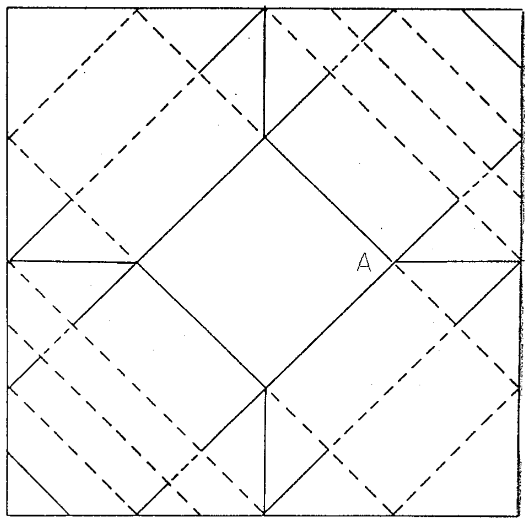
(ロ) 見取図



(ハ) A点

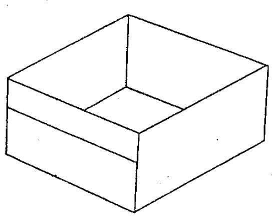


例5　角箱



第57図　(イ)

(ロ) 見取図



(ハ) A点